

Raport științific

privind implementarea proiectului în perioada octombrie – decembrie 2011

Etapă 1: 5 Octombrie 2011 – 31 Decembrie 2011

1. Introducere și obiectivele etapei

Multe sisteme fizice distribuite, de exemplu sistemele de procesare a materialelor, rețelele de comunicații sau de transport, sau rețelele inteligente sunt compuse din subsisteme de dimensiuni mai mici interconectate. Aceste sisteme, respectiv interconexiunile existente au de obicei o structură specifică, în sensul că nu toate subsistemele într-un sistem interconectat pot fi conectate la toate celelalte subsisteme. Obiectivul proiectului este de a exploata structura existentă, în vederea dezvoltării unor condiții de proiectare mai relaxate a estimatoarelor și a reguletoarelor pentru sisteme distribuite. Pentru a obține acest obiectiv, în prima etapă, în perioada 5 octombrie 2011 – 31 decembrie 2011, au fost investigate, conform propunerii de proiect, următoarele subiecte:

- sisteme neliniare dinamice interconectate reprezentate prin modele fuzzy de tip Takagi-Sugeno
- tehnici care folosesc noțiuni din teoria grafurilor în analiza și proiectarea sistemelor distribuite

Constatările noastre sunt detaliate în secțiunile următoare, după cum urmează. Secțiunea 2 descrie reprezentarea sistemelor distribuite neliniare folosind modele fuzzy de tip Takagi-Sugeno și trece în revistă cele mai noi rezultate în ceea ce privesc condițiile de stabilitate, respectiv condiții pentru proiectarea estimatoarelor și a reguletoarelor pentru sisteme distribuite. Secțiunea 3 prezintă cercetări în cadrul cărora au fost deja folosite în același cadru noțiuni din teoria grafurilor și sisteme dinamice. Secțiunea 4 încheie acest raport cu concluziile derivate pe baza investigațiilor efectuate și direcții utile de cercetare pe care le vom urma în etapa următoare.

2. Sisteme distribuite de tip Takagi-Sugeno

Analiza și proiectarea sistemelor distribuite au fost investigate deoarece prezintă mai multe avantaje, dintre care menționăm costuri de calcul reduse, flexibilitate, toleranța la defecte, și o analiză mai eficientă [1]–[5]. În literatură, sistemele distribuite considerate cel mai des sunt sisteme liniare, invariante în timp, respectiv sisteme stohastice. În consecință, reguletoarele și estimatoarele utilizate pentru aceste sisteme sunt reguletoare și estimatoare liniare, filtre Kalman [6], [7], sau filtre de particule [8]. Analiza stabilității respectiv proiectarea estimatoarelor și a reguletoarelor pentru sisteme neliniare a fost investigată în ultimii ani mai mult în cazuri speciale în care rezultate din teoria sistemelor liniare și invariante în timp pot fi folosite direct [9]–[11].

Trecerea de la sisteme liniare invariante în timp la sisteme neliniare prezintă mai multe probleme. Astfel, deși un sistem neliniar poate fi aproximat de către unul liniar în diferite puncte de operare, concluziile trase pentru aceste puncte de operare sunt valabile într-un spațiu extrem de restrâns. Mai mult, stabilitatea globală, așa cum este definită pentru sisteme liniare de cele mai multe ori nu are sens pentru sisteme neliniare [12]. Pentru a trece peste aceste dificultăți, au fost dezvoltate modele neliniare care exploatează proprietățile sistemelor liniare. Sistemele fuzzy de tip Takagi-Sugeno [13] sunt astfel de sisteme,

reprezentând modele neliniare ca fiind combinații neliniare convexe a unor sisteme liniare care sunt valide local. Ele pot reprezenta exact o clasă de sisteme neliniare [14], respectiv pot aproxima cu o acuratețe dată orice sistem neliniar [15]. În acest proiect, considerăm sisteme de tip Takagi-Sugeno descrise în spațiul stărilor, de forma

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^r w_i(z)(A_i x + B_i u + a_i)$$

$$y = \sum_{i=1}^r w_i(z)(C_i x + d_i)$$

în timp continuu, respectiv

$$x(k+1) = \sum_{i=1}^r w_i(z(k))(A_i x(k) + B_i u(k) + a_i)$$

$$y(k) = \sum_{i=1}^r w_i(z(k))(C_i x(k) + d_i)$$

în timp discret, unde k este momentul de timp, r este numărul modelelor locale în compoziția sistemului, A_i , B_i , și C_i sunt matricele locale, a_i și d_i sunt biasuri, z denotă variabila de premisă, care în general poate depinde de stări x , de intrări u sau de ieșiri y . Funcțiile w_i sunt funcții neliniare, dar care au proprietatea de convexitate, adică

$$\sum_{i=1}^r w_i(z(k)) = 1 \text{ și } w_i(z(k)) \geq 0, \forall k.$$

Condițiile de stabilitate, respectiv de proiectare a estimatoarelor și a reguletoarelor pentru astfel de sisteme sunt dezvoltate folosind metoda directă a lui Lyapunov [16], [17]. Deși pentru sisteme centralizate au fost folosite funcții Lyapunov pătratice, pătratice pe porțiuni, iar în ultimii ani, ne-pătratice, pentru sisteme distribuite, funcțiile folosite au fost reduse la funcții pătratice [18]–[20]. Acesta este din cauza că, condițiile de analiză respectiv de proiectare se încercă a fi formulate ca și inegalități matriceale liniare, pentru care există algoritmi eficienți de testare a fezabilității.

Totuși, o problemă inerentă este că dimensiunea ecuațiilor poate fi exponențială în numărul de variabile, iar abordările care folosesc funcții Lyapunov ne-pătratice de obicei rezultă într-un număr mare de ecuații. Astfel, pentru sisteme distribuite, mari, algoritmi existenți nu sunt fezabili din punct de vedere a costurilor de calcul. Mai mult, condițiile existente sunt caracteristice cazului în care structura și modelele locale a modelului sunt fixe.

3. Noțiuni din teoria grafurilor și utilizarea lor în analiza sistemelor dinamice

Un graf este o pereche ordonată de mulțimi, notată $G = (V, A)$, unde V este o mulțime finită și nevidă de elemente numite noduri sau vârfuri, iar A este o mulțime de perechi de elemente din V numite muchii (dacă sunt perechi neordonate) sau arce (dacă sunt perechi ordonate). În primul caz, graful se numește neorientat, altfel acesta este orientat.

Grafurile folosite pot fi dinamice în sensul că un graf se poate schimba în timp prin actualizări care vizează adăugarea sau ștergerea unor vârfuri sau arce, respectiv schimbarea ponderilor arcelor.

Conceptul de sisteme de grafuri dinamice [21], [22] este folosit pentru a descrie procese care au loc pe grafuri sau pe rețele. O problemă de cercetare importantă reprezintă stabilirea unui raport între proprietățile structurale a grafului și dinamica globală. Aceste cercetări consideră atât graful cât și spațiul stărilor finit, și folosesc tehnici din teoria grafurilor, combinatorică, algebră și sisteme dinamice [21], [23].

Un sistem de grafuri dinamice este compus dintr-un graf finit orientat sau neorientat, o stare asociată fiecărui vârf, și o funcție asociată fiecărui vârf, care determină starea vârfului în momentul următor, dat fiind starea curentă [22]. Aceste sisteme oferă un cadru natural pentru descrierea sistemelor distribuite ca și rețelele biologice sau sociale.

Cea mai studiată aplicație a noțiunilor din teoria grafurilor în domeniul sistemelor dinamice este dinamica Laplaciană, numită și protocol de consens sau acord. În probleme de consens, obiectivul unei rețele de sisteme dinamice este de a ajunge la consens în privirea unor cantități de interes (de exemplu, direcția unui grup de roboți mobili). Modelul este folositor în mai multe domenii, incluzând rețele sociale, controlul formațiilor și calcul distribuit [24]–[26]. În forma ei cea mai simplă, problema de consens prevede un grup finit de unități dinamice, fiecare element fiind conectat la un număr finit de alte unități din grup. Interconexiunea acestor unități poate fi reprezentată folosind un graf, iar dinamica fiecărui agent este dat de un integrator simplu. Controlul unui agent este dat de suma diferențelor dintre starea lui și a vecinilor săi, vecinii fiind definiți de graful de interconexiune.

În echipe de agenți structura de interacțiune între agenți este de obicei specificat printr-un graf de informație, care este cunoscut *a priori*, static și orientat. Între doi agenți (două vârfuri din graf) i și j există un arc orientat de la i la j dacă agentul i transmite informații despre starea lui agentului j . Unii agenți, numiți lideri sunt influențați de intrări de control externe și se pot mișca fără constrângeri. Ceilalți agenți, numiți followeri se pot mișca doar relativ față de lideri, ei fiind controlați indirect prin poziția liderului. În acest context, graful de informații este controlabil, dacă, controlând doar liderii, și definind relația leader-follower, sistemul multiagent poate ia orice configurație dorită. Acest scenariu include toate aplicațiile în care agenții pot comunica între ei.

Evoluția întregului sistem poate fi descris ca fiind un sistem liniar autonom [27], care depinde de elementele matricei Laplaciene a grafului de interconexiune. Puterea acestui model constă în simplitatea lui, făcând posibilă dezvoltarea relațiilor dintre proprietăți clasice ale sistemelor dinamice (de ex. rata de convergență) și proprietăți spectrale ale grafului. Implicațiile modelului au fost explorate în scenarii mai sofisticate, cum ar fi topologii comutatoare, grafuri aleatoare și grafuri care depind de stările agenților [23], [28], [29].

În general, tehnicile care folosesc teoria grafurilor sunt populare în analiza sistemelor multiagent. Aceste abordări au fost folosite pentru analiza unor probleme ca și consens, rendezvous, flocking și controlul formațiilor de tip leader-follower [25], [30]–[32]. Problema de controlabilitate în sisteme multiagent de tip leader-follower a fost introdusă pentru studiul noțiunii clasice de controlabilitate. Pentru sisteme liniare, au fost dezvoltate condiții necesare și suficiente [28], [29] pe baza valorilor și a vectorilor proprii a Laplacianului grafului asociat. Astfel, o matrice este structurată dacă toate elementele ei sunt zerouri fixe sau parametri liberi. Un sistem linear, invariant în timp reprezentat în spațiul stărilor de perechea structurată (A, B) este un sistem structurat. Acest sistem poate fi reprezentat printr-un graf orientat cu

$n + m$ vârfuri, unde n este numărul stărilor iar m este numărul intrărilor, unde fiecare element din matricea $[A|B]$ este asociat unui arc. Sistemul structurat (A, B) se numește controlabil prin structură dacă parametrii liberi pot fi aleși astfel încât sistemul să fie controlabil. Totuși, un rezultat interesant este că creșterea grafului de informație (conexiune) nu rezultă neapărat în creșterea controlabilității sistemului.

Pentru a dezvolta noi condiții necesare pentru controlabilitatea unui sistem multiagent, au fost introduse partiții echitabile de rețea [30]. Pe baza acestui concept, metodele de caracterizare a controlabilității au fost extinse la cazul de lideri multipli. Recent, noțiunea de partiție echitabilă relaxată a fost introdusă pentru a dezvolta o interpretare graf-teoretică a subspațiului controlabil când rețeaua în sine nu este controlabilă. Pe baza acestora, controlabilitatea unui sistem multiagent cu un singur lider a fost studiată pentru topologii fixe și comutatoare în timp continuu și discret.

Deși cele mai multe cercetări privind problemele de consens consideră stabilitatea și proprietăți de convergență a sistemului, întâlnim și alte cercetări importante. Astfel, consensul poate fi folosit ca și o metodologie de feedback pentru un grup de agenți omogeni. Modelul de consens poate fi augmentat cu o intrare de control și astfel controlabilitatea poate fi exprimată în proprietățile grafului aferent. S-a analizat și observabilitatea, respectiv posibilitatea de a folosi algoritmi de estimare distribuiți bazat pe consens.

În contextul de controlul formațiilor, o formație relativă este descrisă de o matrice de incidență. Conexiunile dintre teoria sistemelor și teoria grafurilor pot fi extinse și în acest caz. Legături mai formale între concepte din diferite teorii au fost dezvoltate în cazul controlerelor reconfigurabile, sau localizarea și fuziunea senzorilor.

4. Concluzii

Pe baza investigațiilor efectuate, putem trage următoarele concluzii, respectiv identifica următoarele probleme care vor fi cercetate în etapele următoare:

- În cadrul sistemelor distribuite de tip TS nu există încă cercetări care vizează condiții dezvoltate pe baza funcțiilor Lyapunov ne-pătratică. Lipsa acestora se datorează pe de o parte complexității conexiunilor, dar de pe altă complexitatea condițiilor care ar rezulta. Totuși, pe baza ultimelor cercetări, condițiile rezultante pot fi simplificate astfel încât să fie fezabile din punct de vedere a costurilor de calcul.
- Cercetările actuale vizează sisteme distribuite de tip TS care pot fi reprezentate printr-un graf complet, adică fiecare subsistem influențează și este influențat de fiecare alt subsistem. În mod natural, această abordare rezultă în condiții generale, dar tocmai din cauza aceasta, conservative. Această proprietate poate fi redusă considerând o reprezentare de grafuri non-complete. În acest graf, vârfurile reprezintă subsisteme, iar arcele legăturile dintre ele.
- Noțiunile din teoria grafurilor când sunt folosite la studiul sistemelor dinamice în general sunt restrânse la sisteme cu o dinamică extrem de simplă, liniară, respectiv la conexiuni constante. După cunoștințele noastre, nu există cercetări referitoare la cazul în care această conexiune este dinamică, depinde de stări sau de semnale externe, așa cum ar fi în cazul sistemelor TS.
- Grafurile dinamice vor putea fi folosite pentru a reprezenta sisteme variabile în timp, adică la care se pot adăuga subsisteme.

Rezultatele pe care le-am obținut până acum au fost trimise spre publicare la conferințele internaționale 2012 IEEE World Congress on Computational Intelligence și 1st IFAC Conference on Embedded Systems, Computational Intelligence and Telematics in Control.

În etapa următoare vom continua investigațiile referitoare la folosirea noțiunilor din teoria grafurilor în combinație cu sisteme neliniare reprezentate prin modele TS. Mai departe, vom analiza structura și proprietățile structurale care descriu anumite sisteme distribuite și vom dezvolta un cadru și metode pentru proiectarea estimatoarelor pentru astfel de sisteme. Cadrul, respectiv metodele vor fi testate mai întâi pe exemple academice, în paralel cu o trecere în revistă a posibilelor aplicații de timp real.

Director proiect,



Referințe:

- [1] J. R. Velasco, J. C. Gonzalez, L. Magdalena, and C. A. Iglesias, "Multiagent-based control systems: A hybrid approach to distributed process control," *Control Engineering Practice*, vol. 4, pp. 839–845, 1996.
- [2] R. Vadigepalli and F. J. Doyle, "Structural analysis of large-scale systems for distributed state estimation and control applications," *Control Engineering Practice*, vol. 11, no. 8, pp. 895–905, 2003.
- [3] R. Vadigepalli and F. Doyle, "A distributed state estimation and control algorithm for plantwide processes," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 11, no. 1, pp. 119–127, 2003.
- [4] C.-L. Hwang and N.-W. Chang, "Fuzzy decentralized sliding-mode control of a car-like mobile robot in distributed sensor-network spaces," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 16, no. 1, pp. 97–109, 2008.
- [5] H. Benitez-Perez, "Real-time distributed control: A fuzzy and model predictive control approach for a nonlinear problem," *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, vol. 2, no. 2, pp. 474–490, 2008.
- [6] J. Sasiadek and J. Khe, "Sensor fusion based on fuzzy Kalman filter," in *Proceedings of the Second International Workshop on Robot Motion and Control*, 2001, pp. 275–283.
- [7] D. Simon, "Kalman filtering for fuzzy discrete time dynamic systems," *Applied Soft Computing*, vol. 3, no. 3, pp. 191–207, 2003.
- [8] S. Arulampalam, S. Maskell, N. J. Gordon, and T. Clapp, "A tutorial on particle filters for on-line nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 2, pp. 174–188, 2002.
- [9] M. Saif and Y. Guan, "Decentralized state estimation in large-scale interconnected dynamical systems," *Automatica*, vol. 28, no. 1, pp. 215–219, 1992.
- [10] C.-L. Hwang, L.-J. Chang, and Y.-S. Yu, "Network-based fuzzy decentralized sliding-mode control for car-like mobile robots," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 54, no. 1, pp. 574–585, 2007.
- [11] V. Kariwala, "Fundamental limitation on achievable decentralized performance," *Automatica*, vol. 43, no. 10, pp. 1849–1854, 2007.
- [12] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, 2002.

- [13] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 15, no. 1, pp. 116–132, 1985.
- [14] H. Ohtake, K. Tanaka, and H. Wang, "Fuzzy modeling via sector nonlinearity concept," in *Proceedings of the Joint 9th IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference*, vol. 1, Vancouver, Canada, July 2001, pp. 127–132.
- [15] C. Fantuzzi and R. Rovatti, "On the approximation capabilities of the homogeneous Takagi-Sugeno model," in *Proceedings of the Fifth IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, New Orleans, LA, USA, September 1996, pp. 1067–1072.
- [16] K. Tanaka and H. O. Wang, *Fuzzy Control System Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, 2001.
- [17] Zs. Lendek, T. M. Guerra, R. Babuska, and B. De Schutter, *Stability analysis and nonlinear observer design using Takagi-Sugeno fuzzy models*, ser. *Studies in Fuzziness and Soft Computing*. Springer Germany, 2010, vol. 262.
- [18] W.-J. Wang and W.-W. Lin, "Decentralized PDC for large-scale T-S fuzzy systems," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 13, no. 6, pp. 779–786, 2005.
- [19] S. Tong, W. Wang, and L. Qu, "Decentralized robust control for uncertain T-S fuzzy large-scale systems with time-delay," *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, vol. 3, no. 3, pp. 657–672, 2007.
- [20] C.-S. Tseng, "A novel approach to H1 decentralized fuzzy-observerbased fuzzy control design for nonlinear interconnected systems," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 16, no. 5, pp. 1337–1350, Oct. 2008.
- [21] D. Siljak, "Dynamic graphs," *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, vol. 2, pp. 544–567, 2008.
- [22] T.-S. Dao and J. McPhee, "Dynamic modeling of electrochemical systems using linear graph theory," *Journal of Power Sources*, vol. 196, pp. 10 442–10 454, 2011.
- [23] M. Mesbahi, "On state-dependent dynamic graphs and their controllability properties," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 50, no. 3, pp. 387–392, 2005.
- [24] D. Zelazo, "Graph-theoretic methods for the analysis and synthesis of networked dynamic systems," Ph.D. dissertation, University of Washington, 2009.
- [25] J. Cortes, S. Martinez, and F. Bullo, "Robust rendezvous for mobile autonomous agents via proximity graphs in arbitrary dimensions," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 51, no. 8, pp. 1289–1298, 2006.
- [26] C. Reidys, "Combinatorics of sequential dynamical systems," *Discrete Mathematics*, vol. 308, pp. 514–528, 2008.
- [27] J. Dion, C. Commault, and J. Woude, "Generic properties and control of linear structured systems: a survey," *Automatica*, vol. 39, pp. 1125–1144, 2003.
- [28] T. Gustavi, D. Dimarogonas, M. Egerstedt, and X. Hu, "Sufficient conditions for connectivity maintenance and rendezvous in leader-follower networks," *Automatica*, vol. 46, no. 1, pp. 133–139, 2010.
- [29] A. Ajorlou, A. Momeni, and A. G. & Aghdam, "Sufficient conditions for the convergence of a class of nonlinear distributed consensus algorithms," *Automatica*, vol. 47, no. 3, pp. 625–629, 2011.
- [30] S. Martini, M. Egerstedt, and A. Bicchi, "Controllability analysis of multi-agent systems using relaxed equitable partitions," *International Journal of Systems, Control and Communications*, vol. 2, pp. 100–121, 2010.
- [31] B. Liu, T. Chu, L. Wang, and G. Xie, "Controllability of a leader-follower dynamic network with switching topology," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 53, no. 4, pp. 1009–1013, 2008.
- [32] J. Choi, S. Oh, and R. Horowitz, "Distributed learning and cooperative control for multi-agent systems," *Automatica*, vol. 45, no. 12, pp. 2802–2814, 2009.